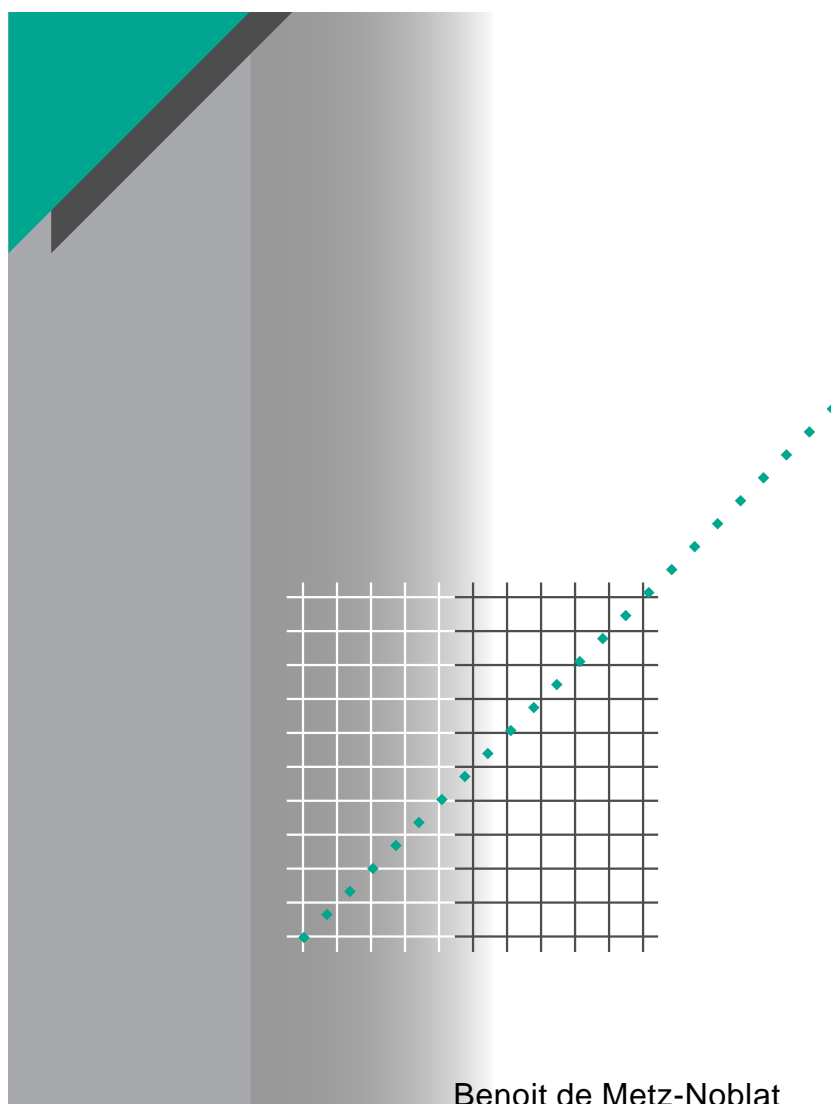


# Cuaderno Técnico nº 018

**Análisis de las redes trifásicas en  
régimen perturbado con la ayuda  
de las componentes simétricas**



Benoit de Metz-Noblat

**Merlin Gerin**

**Modicon**

**Square D**

**Telemecanique**

**Schneider**  
 **Electric**

La **Biblioteca Técnica** constituye una colección de títulos que recogen las novedades electrotécnicas y electrónicas. Están destinados a Ingenieros y Técnicos que precisen una información específica o más amplia, que complemente la de los catálogos, guías de producto o noticias técnicas.

Estos documentos ayudan a conocer mejor los fenómenos que se presentan en las instalaciones, los sistemas y equipos eléctricos. Cada uno trata en profundidad un tema concreto del campo de las redes eléctricas, protecciones, control y mando y de los automatismos industriales.

Puede accederse a estas publicaciones en Internet:

<http://www.schneiderelectric.es>

Igualmente pueden solicitarse ejemplares en cualquier delegación comercial de **Schneider Electric España S.A.**, o bien dirigirse a:

Centro de Formación Schneider

C/ Miquel i Badia, 8 bajos

08024 Barcelona

Telf. (93) 285 35 80

Fax: (93) 219 64 40

e-mail: [formacion@schneiderelectric.es](mailto:formacion@schneiderelectric.es)

La colección de **Cuadernos Técnicos** forma parte de la «Biblioteca Técnica» de **Schneider Electric España S.A.**

#### **Advertencia**

Los autores declinan toda responsabilidad derivada de la incorrecta utilización de las informaciones y esquemas reproducidos en la presente obra y no serán responsables de eventuales errores u omisiones, ni de las consecuencias de la aplicación de las informaciones o esquemas contenidos en la presente edición.

La reproducción total o parcial de este Cuaderno Técnico está autorizada haciendo la mención obligatoria:  
«Reproducción del Cuaderno Técnico nº 018 de Schneider Electric».

# Cuaderno Técnico nº 018

## Análisis de las redes trifásicas en régimen perturbado con la ayuda de las componentes simétricas



### **Benoit de METZ-NOBLAT**

Ingeniero ESE, trabajó en Saint Gobain como Ingeniero de investigación y después en la sección de pruebas y equipos nuevos en una empresa de producción.

Entró en Merlin Gerin en 1986, trabajando como Ingeniero en el servicio de estudios de redes, especializándose en el estudio de las sobretensiones, armónicos y la estabilidad dinámica de las redes.

Trad.: E. Milà; J.M. Giró

Original francés: diciembre 1990


Versión española: marzo 2000

**Merlin Gerin**

**Modicon**

**Square D**

**Telemecanique**

**Schneider**  
 **Electric**

# Análisis de las redes trifásicas en régimen perturbado con la ayuda de las componentes simétricas

La determinación de las dimensiones de una instalación y los materiales que la componen, la regulación de las protecciones y el análisis de los fenómenos eléctricos precisan, a menudo, el cálculo de las corrientes y las tensiones presentes en las redes.

El desarrollo de este Cuaderno Técnico persigue, como finalidad primordial, la presentación o recordatorio de un método simple de cálculo (con la ayuda de las componentes simétricas) de todos los parámetros en las redes trifásicas en régimen perturbado.

<b>1</b>	<b>Presentación</b>	<b>p.</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Repaso matemático de la teoría de vectores</b>		
	2.1 Representación vectorial de un fenómeno físico	<b>p.</b>	<b>6</b>
	2.2 Definición de base	p.	6
	2.3 Representación vectorial	p.	7
	2.4 Componentes simétricas	p.	8
	2.5 Descomposición de un sistema trifásico en sus componentes simétricas	p.	9
	2.6 Cálculo de las componentes simétricas	p.	10
	2.7 Conclusión: aplicación a la electrotecnia	p.	11
<b>3</b>	<b>Aplicaciones elementales</b>		
	3.1 Método de cálculo de los regímenes desequilibrados	<b>p.</b>	<b>12</b>
	3.2 Defecto fase-tierra (llamado defecto homopolar)	p.	13
	3.3 Defecto bifásico a tierra	p.	15
	3.4 Defecto trifásico	p.	16
	3.5 Red con cargas desequilibradas	p.	17
	3.6 Impedancias asociadas a las componentes simétricas	p.	18
	3.7 Formulario de recapitulación	p.	20
<b>4</b>	<b>Ejemplos resueltos</b>		
	4.1 Ejemplo 1: Poder de corte de un interruptor automático	<b>p.</b>	<b>23</b>
	4.2 Ejemplo 2: Poder de corte de un interruptor automático	p.	24
	4.3 Ejemplo 3: Regulación de protecciones homopolares en una red MT con neutro a tierra	p.	28
	4.4 Ejemplo 4: Medición de las componentes simétricas de un sistema de tensión y de corriente	p.	30

# 1 Presentación

Si consideramos el funcionamiento en régimen normal equilibrado simétrico, el estudio de las redes trifásicas puede reducirse al estudio de una red monofásica equivalente de tensiones iguales a las tensiones simples de la red, de corrientes iguales a las de la red e impedancias iguales a las de la red, denominadas impedancias **cíclicas**.

Al aparecer una asimetría significativa en la configuración de la red, ya no es posible aplicar la simplificación, pues no podemos establecer las relaciones entre los diferentes conductores con la ayuda de una impedancia cíclica para cada elemento de la red.

El método general, aplicando de las leyes de Ohm y de Kirchhoff, es posible, pero resulta largo y complicado.

El método de las componentes simétricas, descrito en el presente documento, simplifica los cálculos y permite una solución mucho más fácil que la superposición de tres redes monofásicas independientes. Después de repasar las nociones vectoriales, se aplica este método a los diferentes tipos de cortocircuito, acabando con unos ejemplos de casos prácticos reales.

## 2 Repaso matemático de la teoría de vectores

### 2.1 Representación vectorial de un fenómeno físico

Un fenómeno físico vibratorio es senoidal cuando la elongación de un punto vibrante es una función senoidal del tiempo

$$x = a \cos(\omega t + \varphi)$$

Esta aplicación es perfectamente conocida en electrotecnia, donde tanto corrientes como tensiones son fenómenos senoidales.

■ Consideremos un vector  $\overline{OM}$  de módulo  $a$ , girando sobre el plano  $(\overline{Ox}, \overline{Oy})$  alrededor de su origen  $O$  con una velocidad angular constante  $\omega$  (figura 1).

Si en el instante inicial  $t = 0$ , el ángulo  $(\overline{Ox}, \overline{OM})$  tiene un valor  $\varphi$ , en el instante  $t$ , tendrá un valor  $(\omega t + \varphi)$ .

Proyectamos el vector corriente  $\overline{OM}$  sobre el eje  $\overline{Ox}$ . El valor algebraico de esta proyección es, en el instante  $t$

$$x = a \cos(\omega t + \varphi).$$

Con lo que:

- el movimiento de la proyección del extremo del vector giratorio sobre el eje  $\overline{Ox}$  es un movimiento senoidal de amplitud  $a$ , igual al módulo de este vector,
- la pulsación  $\omega$  del movimiento senoidal es igual a la velocidad angular del vector giratorio,
- la fase inicial  $\varphi$  es igual al ángulo formado por el vector giratorio con el eje  $\overline{Ox}$  en el instante  $t = 0$ .

■ Recíprocamente, se puede hacer corresponder un vector giratorio a cualquier función senoidal

$$x = a \cos(\omega t + \varphi).$$

Por convenio, se representa la función  $x$  por el vector  $\overline{OM}$  en la posición que ocupa en el instante inicial  $t = 0$ ; el módulo del vector representa la amplitud,  $a$ , de la función senoidal, y el ángulo  $(\overline{Ox}, \overline{OM})$  representa su fase inicial.

■ Por tanto, el estudio de un fenómeno físico senoidal puede reducirse al estudio del vector que le corresponde, lo que es muy interesante, porque la utilización matemática de los vectores es accesible. Se aplica en particular al dominio de los fenómenos eléctricos trifásicos en los que las tensiones y corrientes están representadas por vectores giratorios.

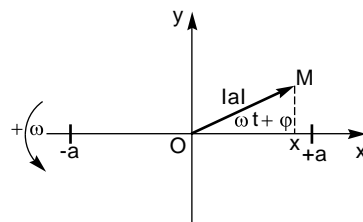


Fig. 1.

### 2.2 Definición de base

■ Sea un fenómeno eléctrico pulsatorio senoidal, representado por un vector giratorio  $\overline{V}$  (figura 2).

■ Se toma previamente sobre el plano:

□ un eje de referencia  $\overline{Ox}$  de vector unitario

$$\overline{x} : |\overline{x}| = 1,$$

□ un sentido de rotación, convencionalmente definido como positivo en el sentido antihorario ↺.

■ El vector  $\overline{V}$ , cuyo origen se sitúa en  $O$ , se caracteriza esencialmente por:

- una amplitud  $\overline{V}$ : en un instante dado, la longitud del vector es numéricamente igual al módulo de la amplitud máxima del fenómeno,
- una fase  $\varphi$ : es, en un instante dado, el ángulo  $(\overline{Ox}, \overline{V})$ , que forma  $\overline{V}$  con el eje de referencia  $\overline{Ox}$ , teniendo en cuenta el sentido de rotación adoptado.

□ una pulsación: es la velocidad de rotación constante del vector, en radianes por segundo. Se expresa habitualmente en revoluciones por segundo y en tal caso da la frecuencia del fenómeno expresada en Hz ( $1 \text{ Hz} = 2\pi \text{ rad/s}$ ).

■ Un sistema trifásico es un conjunto de 3 vectores  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  con origen común, de igual pulsación y que tengan cada uno una amplitud constante.

■ Un sistema eléctrico es lineal cuando presenta proporcionalidad de relación causa-efecto.

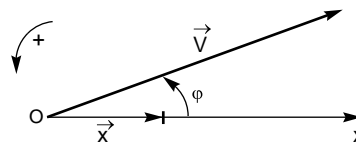


Fig. 2.

## 2.3 Representación vectorial

El vector  $\vec{V}$  se representa clásicamente en un sistema de ejes de coordenadas rectangulares (figura 3):

$$\vec{V} = \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OX} + \overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OX} \cdot \vec{x} + \overrightarrow{OY} \cdot \vec{y}$$

■ Operador «j»

Para facilitar las operaciones con los vectores,  $\vec{V}$  puede representarse de forma equivalente con un número complejo utilizando el operador «j».

«j» es un operador vectorial que consiste en girar el vector al que se aplica un ángulo de  $+\pi/2$ ; por tanto, en la figura,  $\vec{j}\vec{x} = \vec{y}$ .

Por tanto, se ve que:

$$j^2 = -1 \left( \text{rotación de } 2 \times \frac{\pi}{2} = \pi \right)$$

$$j^3 = -j \left( \text{rotación de } 3 \times \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$j^4 = +1 \left( \text{rotación de } 4 \times \frac{\pi}{2} = 2\pi \right)$$

de donde:

$$\vec{V} = \overrightarrow{OX} \cdot \vec{x} + \overrightarrow{OY} \cdot \vec{y} = \vec{x}(\overrightarrow{OX} + j \overrightarrow{OY})$$

■ Operador «a»

«a» es un operador vectorial que consiste en aplicar un giro de  $+\frac{2\pi}{3}$  al vector sobre el que se realiza la operación (figura 4).

Vemos que:

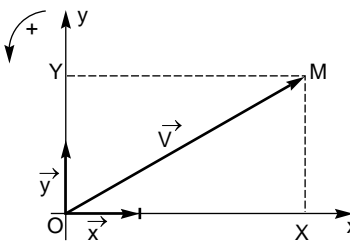


Fig. 3.

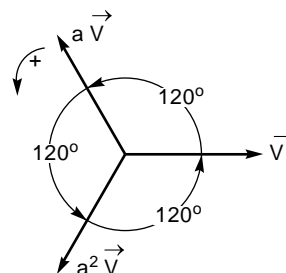


Fig. 4.

$a^2$  hace girar un vector un ángulo:

$$2 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \left( \text{equivalente a } -\frac{2\pi}{3} \right),$$

$a^3$  hace girar un vector un ángulo:

$$3 \times \frac{2\pi}{3} = 2\pi \left( \text{equivalente a } 0 \right),$$

$$a = -0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad a^2 = -0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2},$$

de donde:

$$a^0 = a^3 = a^6 = \dots = 1$$

$$a = a^4 = a^7 = \dots$$

$$a = a^{-2} = a^{-5} = \dots$$

$$a^2 = a^5 = a^8 = \dots$$

$$a^2 = a^{-1} = a^{-4} = \dots$$

$$a - a^2 = j\sqrt{3}$$

y

$$1 + a + a^2 = 0.$$

Esta última relación se verifica gráficamente constatando, sobre la figura, que la suma de los vectores representados es nula:

$$\vec{V} + a.\vec{V} + a^2.\vec{V} = 0$$

$$\text{de donde } \vec{V}(1 + a + a^2) = 0,$$

y, por tanto:

$$1 + a + a^2 = 0.$$

## 2.4 Componentes simétricas

Sea un conjunto de tres vectores trifásicos senoidales que giran a la misma velocidad. Se consideran fijos unos respecto a los otros.

Existen tres disposiciones particulares que representan una simetría de los vectores entre sí y que se ha dado en calificarlas como «componentes simétricas».

■ El «sistema directo», todavía denominado por los anglosajones «secuencia positiva»

(figura 5):  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  :

□ tienen la misma amplitud,

□ están desfasados  $120^\circ$ ,

□ están dispuestos de forma que un observador en reposo vea desfilar los vectores en el orden

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  :

$$\vec{V}_1$$

$$\vec{V}_2 = a^2.\vec{V}_1 = a.\vec{V}_3$$

$$\vec{V}_3 = a.\vec{V}_1.$$

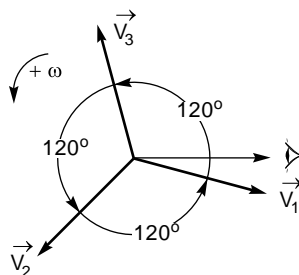


Fig. 5: Sistema directo.

■ El «sistema inverso», todavía denominado por los anglosajones «secuencia negativa» (figura 6):

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  :

□ tienen la misma amplitud,

□ están desfasados  $120^\circ$ ,

□ están dispuestos de forma que un observador en reposo vea desfilar los vectores en el orden

$\vec{V}_1, \vec{V}_3, \vec{V}_2$ ;

$$\vec{V}_1$$

$$\vec{V}_2 = a.\vec{V}_1$$

$$\vec{V}_3 = a^2.\vec{V}_1 = a.\vec{V}_2.$$

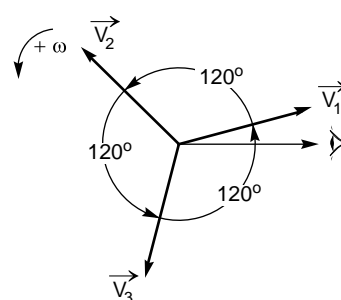


Fig. 6: Sistema inverso.



■ El «sistema homopolar», denominado por los anglosajones «secuencia nula» (figura 7)

$\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  :

- tienen la misma amplitud,
- están en fase y por tanto son colineales; un observador en reposo los vería pasar al mismo tiempo.

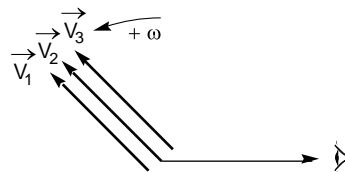


Fig. 7: Sistema homopolar.

## 2.5 Descomposición de un sistema trifásico en sus componentes simétricas

Sea un sistema trifásico cualquiera formado por tres vectores  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3$  (definiciones de base); se demuestra que este sistema es la suma de 3 sistemas trifásicos equilibrados: directo, inverso y homopolar.

Sistema directo:  $\vec{V}_{d1}, \vec{V}_{d2}, \vec{V}_{d3}$

Sistema inverso:  $\vec{V}_{i1}, \vec{V}_{i2}, \vec{V}_{i3}$

Sistema homopolar:  $\vec{V}_{o1}, \vec{V}_{o2}, \vec{V}_{o3}$  .

Se verificará que:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_{d1} + \vec{V}_{i1} + \vec{V}_{o1}$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_{d2} + \vec{V}_{i2} + \vec{V}_{o2}$$

$$\vec{V}_3 = \vec{V}_{d3} + \vec{V}_{i3} + \vec{V}_{o3}$$

Si elegimos los vectores con índice 1 como vectores de origen y hacemos intervenir el operador «a» se tiene que:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_d + \vec{V}_i + \vec{V}_o$$

$$\vec{V}_2 = a^2 \cdot \vec{V}_d + a \cdot \vec{V}_i + \vec{V}_o$$

$$\vec{V}_3 = a \cdot \vec{V}_d + a^2 \cdot \vec{V}_i + \vec{V}_o$$

Se pueden calcular las componentes simétricas:

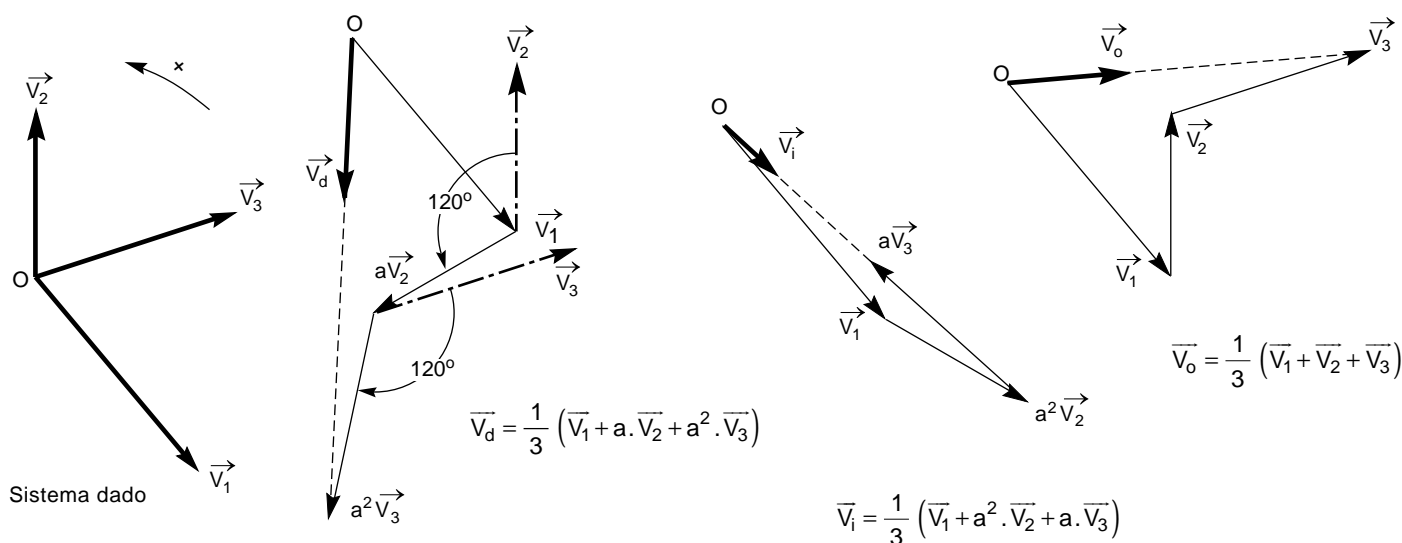
$$\vec{V}_d = \frac{1}{3} (\vec{V}_1 + a \cdot \vec{V}_2 + a^2 \cdot \vec{V}_3)$$

$$\vec{V}_i = \frac{1}{3} (\vec{V}_1 + a^2 \cdot \vec{V}_2 + a \cdot \vec{V}_3)$$

$$\vec{V}_o = \frac{1}{3} (\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3)$$

La construcción geométrica de las componentes simétricas se consigue teniendo en cuenta el significado del operador «a» (rotación de  $\frac{2\pi}{3}$ )

(figura 8).



De forma más práctica se pueden construir las componentes simétricas directamente sobre la figura sin necesidad de relacionar los vectores (figura 9).

En efecto, sean los puntos D y E tales que BDCE sea un rombo compuesto de dos triángulos equiláteros BDC y BCE y siendo O' el

baricentro del triángulo ABC; un cálculo sencillo (ver apartado siguiente) indica que:

$$\vec{V}_d = \frac{\vec{Ea}}{3}$$

$$\vec{V}_i = \frac{\vec{DA}}{3}$$

$$\vec{V}_o = \vec{OO'}$$

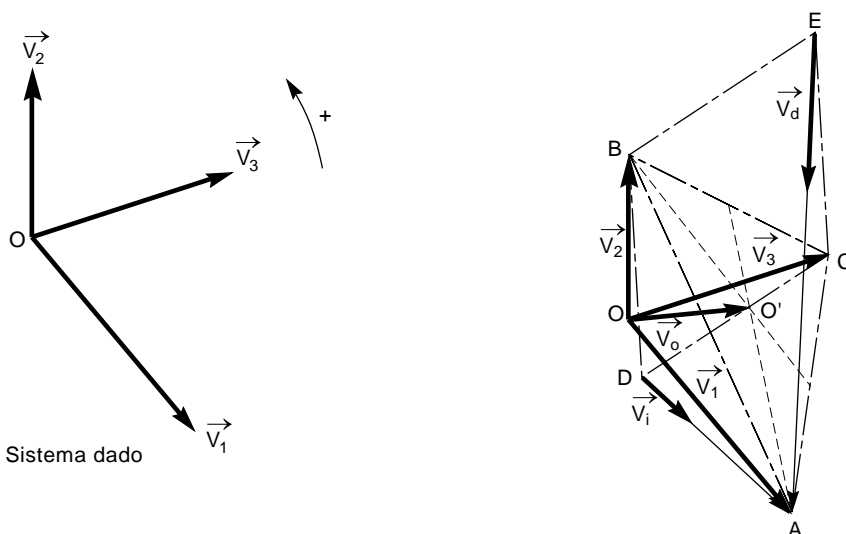


Fig. 9: Sistema homopolar.

## 2.6 Cálculo de las componentes simétricas

Sean los puntos D y E tales que (BDCE) sea un rombo compuesto de dos triángulos equiláteros (BDC) y (BCE).

■ Sistema directo:  $\vec{EA} = \vec{EB} + \vec{BA}$ , pero como

$\vec{EB} = a^2 \cdot \vec{BC}$ , se tiene que:

$$\begin{aligned} \vec{EA} &= a^2 \cdot \vec{BC} + \vec{BA} \\ &= a^2 \cdot \vec{BO} + a^2 \cdot \vec{OC} + \vec{BO} + \vec{OA} \\ &= \vec{OA} + \vec{OB}(-a^2 - 1) + a^2 \cdot \vec{OC} \\ &= \vec{OA} + a \cdot \vec{OB} + a^2 \cdot \vec{OC} \\ &= \vec{V}_1 + a \cdot \vec{V}_2 + a^2 \cdot \vec{V}_3 = 3\vec{V}_d \end{aligned}$$

$$\vec{V}_d = \frac{\vec{EA}}{3}$$

■ Sistema inverso:  $\vec{DA} = \vec{DB} + \vec{BA}$ , pero como  $\vec{DB} = a \cdot \vec{BC}$ , se tiene que:

$$\begin{aligned} \vec{DA} &= a \cdot \vec{BC} + \vec{BA} \\ &= a \cdot \vec{BO} + a \cdot \vec{OC} + \vec{BO} + \vec{OA} \\ &= \vec{OA} + \vec{OB}(-a - 1) + a \cdot \vec{OC} \\ &= \vec{OA} + a^2 \cdot \vec{OB} + a \cdot \vec{OC} \\ &= \vec{V}_1 + a^2 \cdot \vec{V}_2 + a \cdot \vec{V}_3 = 3\vec{V}_i \end{aligned}$$

$$\vec{V}_i = \frac{\vec{DA}}{3}$$

■ Sistema homopolar: sea O' el baricentro del triángulo ABC. Se tiene:  $\vec{O'A} + \vec{O'B} + \vec{O'C} = 0$

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 &= 3\vec{V}_o \\ &= \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \\ &= \vec{OO'} + \vec{O'A} + \vec{OO'} + \vec{O'B} + \vec{OO'} + \vec{O'C} \\ &= 3\vec{OO'} + \vec{O'A} + \vec{O'B} + \vec{O'C} = 3\vec{OO'} \end{aligned}$$

$$\vec{V}_o = \vec{OO'}$$

## 2.7 Conclusión: aplicación a la electrotecnia

El método expuesto en el párrafo anterior tiene un interés inmediato en la electricidad en caso de redes trifásicas lineales y a frecuencia única.

En efecto, los sistemas trifásicos aplicados a las redes eléctricas pueden estar desequilibrados por asimetría de la carga o por defectos. Es evidente la simplicidad que ofrecen estos cálculos, basados en la superposición de tres sistemas independientes, al permitir tratarlos separadamente, convirtiendo cada uno en un caso simple monofásico.

Observaremos que estas manipulaciones matemáticas corresponden, de hecho, a una realidad física de los fenómenos, puesto que

pueden medirse tanto las impedancias simétricas de los materiales eléctricos (ver capítulo 3) como las componentes simétricas de un sistema de tensiones o de corrientes (capítulo 4, ejemplo nº 4).

### Notas

■ por simplificación, en el texto que sigue, los vectores tensión y corriente se escribirán sin la flecha,

■ las componentes simétricas de tensiones y corrientes elegidas para la representación simple del sistema, son las de la fase 1:

$$V_1 = V_d + V_i + V_o.$$

## 3 Aplicaciones elementales

### 3.1 Método de cálculo de los regímenes desequilibrados

#### Principio de superposición

Vamos a examinar el comportamiento de una red trifásica lineal y simétrica, es decir, compuesta de impedancias constantes e idénticas para las tres fases (que es el caso práctico) que no produce más que fuerzas electromotrices (f.e.m.) equilibradas pero cuyas corrientes y tensiones pueden estar desequilibradas debido a la conexión a una zona asimétrica D.

Las f.e.m. constituyen por naturaleza los sistemas directos, si los sistemas inverso y homopolar son nulos.

Se interpreta el funcionamiento de la red como la superposición de tres regímenes que corresponden, cada uno, a uno de los sistemas directo, inverso y homopolar.

En efecto, en esta red lineal y simétrica, las corrientes de cada sistema se relacionan sólo con las tensiones del mismo sistema y recíprocamente por medio de las impedancias del sistema considerado. Téngase presente que estas impedancias  $Z_d$ ,  $Z_i$  y  $Z_o$  son función de las impedancias reales y también de las inductancias mutuas.

Para una red que presente una sola f.e.m. y con las componentes simétricas de tensión y de corriente situadas respectivamente en el lado D de la asimetría  $V_d$ ,  $V_i$ ,  $V_o$ ,  $I_d$ ,  $I_i$ ,  $I_o$ , las relaciones que definen a los tres regímenes son:

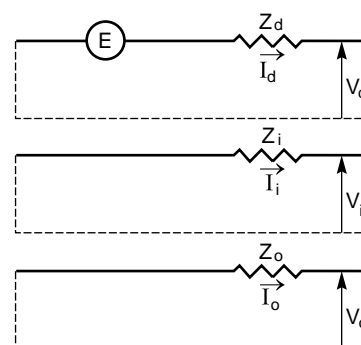
$$E = V_d + Z_d \cdot I_d$$

$$0 = V_i + Z_i \cdot I_i$$

$$0 = V_o + Z_o \cdot I_o,$$

representadas esquemáticamente en la **figura 10**.

Para las redes con varias fuentes (generadores) estas ecuaciones son válidas con la condición de considerar E y  $Z_d$ ,  $Z_i$ ,  $Z_o$ , respectivamente como la f.e.m. y como las impedancias internas del generador equivalente de Thévenin.



**Fig. 10.**

#### Método de resolución práctica

El método resumido a continuación se desarrollará con detalle en el ejemplo del párrafo siguiente (defecto monofásico a tierra):

- la red se divide en 2 zonas:
  - una zona asimétrica D (red desequilibrada),
  - una zona simétrica S (red equilibrada),
- se escriben las ecuaciones que relacionan las corriente y tensiones:
  - en la zona D (componentes reales),
  - en la zona S (componentes simétricas),
  - continuidad en la frontera D-S,
  - funcionamiento en la zona S,
- la resolución matemática de las ecuaciones permite calcular los valores de las componentes simétricas y de las componentes reales de las corrientes y tensiones de las zonas D y S.

Hay que indicar que los esquemas representativos de los sistemas simétricos ofrecen la posibilidad de calcular directamente los valores de las componentes simétricas.

## 3.2 Defecto fase-tierra (llamado defecto homopolar)

Se supone que el circuito está sin carga.

### Planteamiento de las ecuaciones

■ Aislamiento de la zona de asimetría (figura 11)

■ Ecuaciones de las componentes reales en (D)

$$\begin{cases} I_2 = I_3 = 0 \\ V_1 = Z I_1 \end{cases}$$

Estas ecuaciones describen el caso examinado y son las únicas que corresponden a la figura.

■ Ecuaciones de las componentes simétricas en (S).

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 \cdot I_d + a \cdot I_i + I_o \\ I_3 = a \cdot I_d + a^2 \cdot I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 \cdot V_d + a \cdot V_i + V_o \\ V_3 = a \cdot V_d + a^2 \cdot V_i + V_o \end{cases}$$

Estas ecuaciones relacionan respectivamente las corrientes reales y las tensiones reales con sus componentes simétricas. Se encontrarán de forma idéntica en todos los cálculos de regímenes desequilibrados. Se deducen de las definiciones anteriores (capítulo 2).

■ Continuidad en la frontera D-S

Por combinación entre las ecuaciones de las componentes reales en (D) y las ecuaciones de las componentes simétricas en (S), se obtiene:

$$\begin{cases} a^2 \cdot I_d + a \cdot I_i + I_o = 0 \\ a \cdot I_d + a^2 \cdot I_i + I_o = 0 \\ V_d + V_i + V_o = Z \cdot I_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_d = I_i = I_o = \frac{I_1}{3} \\ V_d + V_i + V_o = 3Z \cdot I_o \end{cases}$$

■ Ecuaciones del funcionamiento de S

$$\begin{cases} E = V_d + Z_d \cdot I_d \\ 0 = V_i + Z_i \cdot I_i \\ 0 = V_o + Z_o \cdot I_o \end{cases}$$

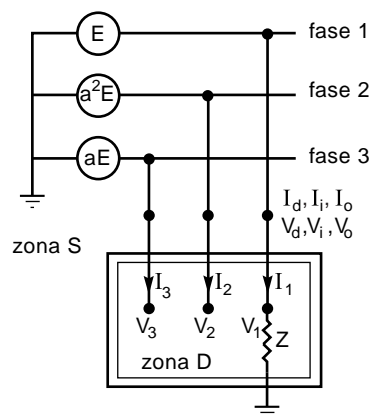


Fig. 11.

Estas tres ecuaciones se encuentran sistemáticamente en todos los casos de cálculo de regímenes desequilibrados con una sola fuente de tensión.

### Resolución de las ecuaciones

■ Los valores de las componentes simétricas de las corrientes y de las tensiones:

$$\begin{aligned} E + 0 + 0 &= V_d + V_i + V_o + Z_d \cdot I_d + Z_i \cdot I_i + Z_o \cdot I_o \\ &= 3Z \cdot I_o + (Z_d + Z_i + Z_o) \cdot I_o \end{aligned}$$

siendo:

$$I_o = I_d = I_i = \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_d = E - Z_d \cdot I_d = E - Z_d \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_d = E \frac{Z_i + Z_o + 3Z}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_i = -Z_i \cdot I_i$$

$$V_i = -Z_i \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_o = -Z_o \cdot I_o$$

$$V_o = -Z_o \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

■ Esquema de la red, según las componentes simétricas (**figura 12**).

■ Valores de las tensiones y de las corrientes reales:

$$I_1 = I_d + I_i + I_o$$

$$I_1 = \frac{3E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$I_2 = 0$$

$$I_3 = 0$$

$$V_1 = Z \cdot I_1$$

$$V_1 = 3Z \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= a^2 \cdot V_d + a \cdot V_i + V_o = \\ &= a^2 \cdot E \frac{Z_i + Z_o + 3Z}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} - \\ &\quad - a \cdot E \frac{Z_i}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} - \\ &\quad - E \frac{Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} = \\ &= E \frac{Z_i(a^2 - a) + Z_o(a^2 - 1) + 3a^2 \cdot Z}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} \end{aligned}$$

$$V_2 = a^2 \cdot E \left( 1 - \frac{Z_d + a^2 \cdot Z_i + a \cdot Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} \right)$$

$$\begin{aligned} V_3 &= a \cdot V_d + a^2 \cdot V_i + V_o = \\ &= a \cdot E \frac{Z_i + Z_o + 3Z}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} - \\ &\quad - a^2 \cdot E \frac{Z_i}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} - \\ &\quad - E \frac{Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} = \\ &= E \frac{Z_i(a - a^2) + Z_o(a - 1) + 3a \cdot Z}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} \end{aligned}$$

$$V_3 = a \cdot E \left( 1 - \frac{Z_d + a \cdot Z_i + a^2 \cdot Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} \right)$$

**Nota:**

El término  $\left( 1 - \frac{Z_d + a \cdot Z_i + a^2 \cdot Z_o}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} \right)$  se llama factor

de «defecto a tierra». Su valor varía entre 1 y 1,8.

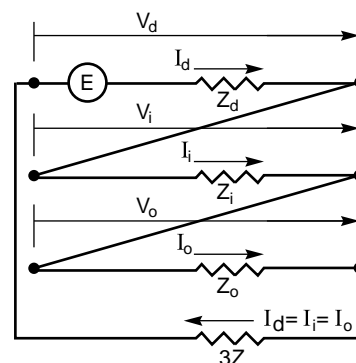
### Casos particulares

■ Con defecto franco,  $Z = 0$ , la corriente de defecto fase-tierra toma el valor:

$$I_1 = \frac{3E}{Z_d + Z_i + Z_o}$$

■ Con defecto impedante a tierra,  $3Z \gg Z_d + Z_i + Z_o$ , la corriente de defecto de fase-tierra se define por la impedancia de defecto:

$$I_1 = \frac{E}{Z}.$$



**Fig. 12.**

### 3.3 Defecto bifásico a tierra

(figura 13)

#### Escritura de las ecuaciones

■ En la zona (D)

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ V_2 = V_3 = Z (I_2 + I_3) \end{cases}$$

■ En la zona (S)

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 \cdot I_d + a \cdot I_i + I_o \\ I_3 = a \cdot I_d + a^2 \cdot I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 \cdot V_d + V_i + V_o \\ V_3 = a \cdot V_d + a^2 \cdot V_i + V_o \end{cases}$$

■ Continuidad en la frontera (D) - (S)

$$\begin{cases} I_d + I_i + I_o = 0 \\ V_d = V_i \\ V_o = V_d + 3Z \cdot I_o \end{cases}$$

■ Funcionamiento de (S)

$$\begin{cases} E = V_d + Z_d \cdot I_d \\ 0 = V_i + Z_i \cdot I_i \\ 0 = V_o + Z_o \cdot I_o \end{cases}$$

#### Resolución de las ecuaciones

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{E}{Z_d + \frac{Z_i(Z_o + 3Z)}{Z_i + Z_o + 3Z}} = \\ &= E \frac{Z_i + Z_o + 3Z}{Z_d \cdot Z_i + (3Z + Z_o)(Z_d + Z_i)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{-E}{Z_d + \frac{Z_i(Z_o + 3Z)}{Z_i + Z_o + 3Z}} \times \frac{Z_o + 3Z}{Z_i + Z_o + 3Z} = \\ &= \frac{-E(Z_o + 3Z)}{Z_d \cdot Z_i + (Z_d + Z_i)(3Z + Z_o)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_o &= \frac{-E}{Z_d + \frac{Z_i(Z_o + 3Z)}{Z_i + Z_o + 3Z}} \times \frac{Z_i}{Z_i + Z_o + 3Z} = \\ &= \frac{-E Z_i}{Z_d \cdot Z_i + (Z_d + Z_i)(3Z + Z_o)} \end{aligned}$$

$$V_d = V_i = \frac{E}{Z_d + \frac{Z_i(Z_o + 3Z)}{Z_i + Z_o + 3Z}} \times \frac{Z_i(Z_o + 3Z)}{Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$V_o = \frac{E}{Z_d + \frac{Z_i(Z_o + 3Z)}{Z_i + Z_o + 3Z}} \times \frac{Z_o \cdot Z_i}{Z_i + Z_o + 3Z}$$

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = -j\sqrt{3} E \frac{Z_o + 3Z - a \cdot Z_i}{Z_d \cdot Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$I_3 = j\sqrt{3} E \frac{Z_o + 3Z - a^2 \cdot Z_i}{Z_d \cdot Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$V_1 = E \frac{3Z_i(Z_o + 2Z)}{Z_d \cdot Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

$$V_2 = V_3 = E \frac{-3Z \cdot Z_i}{Z_d \cdot Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z)}$$

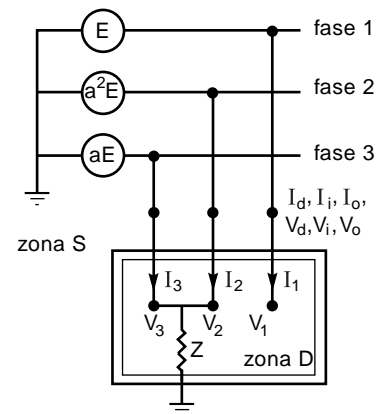


Fig. 13.

■ Esquema de la red según las componentes simétricas (**figura 14**) .

#### Casos particulares

■ Defecto franco, con  $Z = 0$ : la corriente del defecto fase-tierra tomará el valor:

$$I_2 + I_3 = -\frac{3E \cdot Z_i}{Z_d \cdot Z_i + Z_i \cdot Z_0 + Z_d \cdot Z_0}$$

■ Defecto bifásico aislado, con  $Z = \infty$ , la corriente de defecto de fase vale entonces:

$$I_2 = -I_3 = E \frac{(a^2 - a)}{Z_d + Z_i} = -jE \frac{\sqrt{3}}{Z_d + Z_i}$$

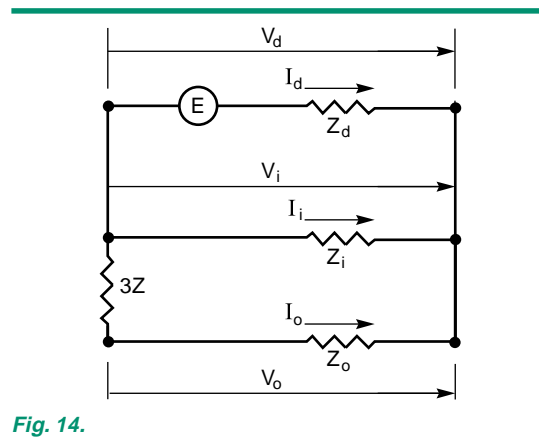


Fig. 14.

### 3.4 Defecto trifásico

(**Figura 15**).

#### Escritura de las ecuaciones

■ En la zona (D)

$$V_1 = V_2 = V_3 = Z(I_1 + I_2 + I_3)$$

■ En la zona (S)

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 \cdot I_d + a \cdot I_i + I_o \\ I_3 = a \cdot I_d + a^2 \cdot I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 \cdot V_d + a \cdot V_i + V_o \\ V_3 = a \cdot V_d + a^2 \cdot V_i + V_o \end{cases}$$

■ Continuidad en la frontera (D) - (S)

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 3 I_o = \frac{V_o}{Z} \\ V_d = V_i = 0 \\ V_1 = V_2 = V_3 = V_o \end{cases}$$

■ Funcionamiento de (S)

$$\begin{cases} E = V_d + Z_d \cdot I_d \\ 0 = V_i + Z_i \cdot I_i \\ 0 = V_o + Z_o \cdot I_o \end{cases}$$

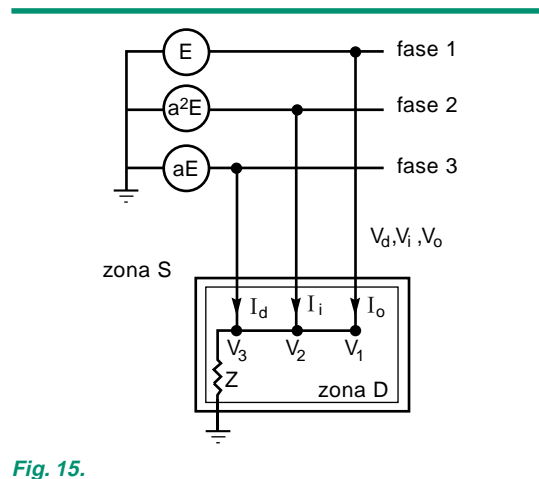


Fig. 15.

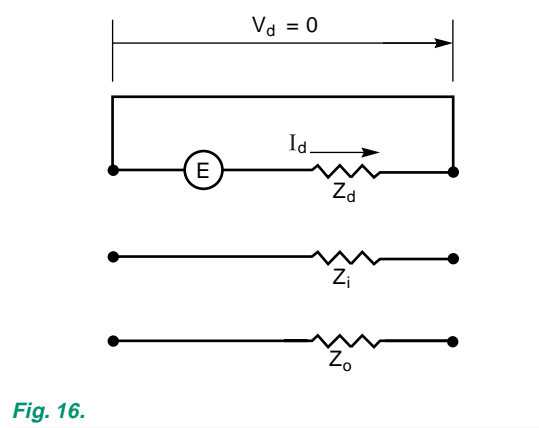


Fig. 16.



### Resolución de las ecuaciones

$$I_d = \frac{E}{Z_d} \quad \text{y} \quad I_i = I_o = 0$$

$$V_d = V_i = V_o = 0$$

$$I_1 = \frac{E}{Z_d}$$

$$I_2 = a^2 \frac{E}{Z_d}$$

$$I_3 = a \frac{E}{Z_d}$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = 0$$

Los resultados son independientes de los valores de  $Z$ ,  $Z_i$  y  $Z_o$ .

■ Esquema de la red según las componentes simétricas (**figura 16**).

## 3.5 Red con cargas desequilibradas

(**Figura 17**).

### Escritura de las ecuaciones

■ En la zona (D)

$$I_1 = 0$$

$$V_3 - V_2 = I_3 \cdot Z_c = -I_2 \cdot Z_c$$

■ En la zona (S)

$$\begin{cases} I_1 = I_d + I_i + I_o \\ I_2 = a^2 \cdot I_d + a \cdot I_i + I_o \\ I_3 = a \cdot I_d + a^2 \cdot I_i + I_o \\ V_1 = V_d + V_i + V_o \\ V_2 = a^2 \cdot V_d + a \cdot V_i + V_o \\ V_3 = a \cdot V_d + a^2 \cdot V_i + V_o \end{cases}$$

■ Continuidad en la frontera (D) - (S)

$$\begin{cases} I_o = 0 \\ I_d = I_i \\ V_d - V_i = Z_c \cdot I_d \end{cases}$$

■ Funcionamiento de (S)

$$\begin{cases} E = V_d + Z_d \cdot I_d \\ 0 = V_i + Z_i \cdot I_i \\ 0 = V_o + Z_o \cdot I_o \end{cases}$$

### Resolución de las ecuaciones

$$I_d = \frac{E}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$I_i = -\frac{E}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$I_o = 0$$

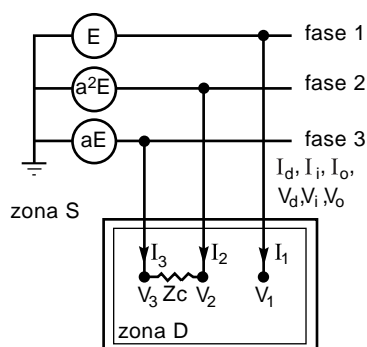
$$V_d = \frac{E(Z_i + Z_c)}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_i = \frac{E \cdot Z_i}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_o = 0$$

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = -j \frac{E\sqrt{3}}{Z_d + Z_i + Z_c}$$



**Fig. 17.**

$$I_3 = \frac{jE\sqrt{3}}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_1 = \frac{E(2Z_i + Z_c)}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_2 = \frac{E(a^2 \cdot Z_c + Z_i)}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

$$V_3 = \frac{E(a \cdot Z_c - Z_i)}{Z_d + Z_i + Z_c}$$

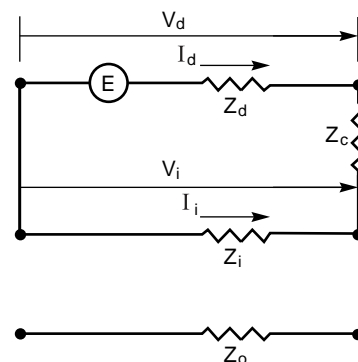
■ Esquema de la red según las componentes simétricas (**figura 18**).

#### Casos particulares

■ Carga de baja potencia, siendo  $Z_c \rightarrow \infty$  :

$I_1$  e  $I_3 \rightarrow 0$  y  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$

tienden hacia los valores de red simétrica, es decir, hacia  $E$ ,  $a^2E$ ,  $aE$ .



**Fig. 18.**

■ Cortocircuito bifásico aislado, con  $Z_c = 0$ .

La corriente de defecto es, en este caso:

$$I_3 = -I_2 = j \frac{E\sqrt{3}}{Z_d + Z_i}$$

## 3.6 Impedancias asociadas a las componentes simétricas

En este párrafo, se pasa revista a los elementos principales que pueden intervenir en una red eléctrica.

Para las máquinas rotativas y los transformadores, los órdenes de magnitud de las impedancias son idénticos en porcentaje:

$$\left( z\% = 100 Z \frac{S_n}{U_n^2} \right)$$

#### Máquinas sincrónicas

Las generatrices provocan el nacimiento de la componente directa de la potencia. Los defectos son los creadores de las componentes inversa y homopolar que se dirigen desde el punto de defecto hacia los elementos equilibrados, atenuándose progresivamente.

■ Después de una perturbación, la reactancia directa de una máquina pasa del valor subtransitorio al valor síncrono. En el cálculo del defecto, se pueden tomar los valores en % (**figura 19**).

■ La reactancia inversa es inferior a la reactancia directa transitoria.

■ La reactancia homopolar no se toma en consideración salvo que el neutro del alternador esté conectado a la tierra directamente o a través de una bobina o de una resistencia.

Su valor es del orden de la mitad de la reactancia subtransitoria.

Reactancia %	polos salientes	entrehierro constante
subtransitoria	30	20
transitoria	40	25
síncrona	120	200

**Fig. 19.**

### Máquinas asíncronas

La componente directa genera, en los motores, los campos rotativos en el sentido directo (par útil).

La componente inversa produce los campos rotativos generadores de pares de frenado.

■ Usualmente podemos considerar la reactancia directa como una impedancia pasiva  $U^2/(P-jQ)$ .

■ La reactancia inversa varía entre el 15 y el 30%. Es aproximadamente igual a la reactancia de arranque.

■ La reactancia homopolar es muy baja.

### Transformadores

La circulación de una corriente homopolar por los arrollamientos de un transformador precisa una conexión con un punto neutro unido a tierra o a un conductor de neutro.

■ Los transformadores presentan, a las corrientes de los sistemas directo e inverso, una impedancia igual a su impedancia de cortocircuito, del orden del 4 al 15%.

■ La reactancia homopolar depende de la conexión de los arrollamientos y de la naturaleza del circuito magnético. La tabla de la **figura 20** resume los diferentes casos detallados en las **figuras 22 a y b**.

### Líneas aéreas

Consideremos las líneas transpuestas.

■ La impedancia y la capacidad directas e inversas dependen de la geometría de la línea.

□ líneas con 1 conductor por fase (63, 90, 150 y 225 kV)

$$R_d = R_i \approx 0,16 \, \Omega/\text{km}$$

$$X_d = X_i \approx 0,4 \, \Omega/\text{km}$$

$$C_d = C_i \approx 9 \, \text{nF/km}$$

□ líneas con 2 conductores por fase (400 kV)

$$R_d = R_i \approx 0,04 \, \Omega/\text{km}$$

$$X_d = X_i \approx 0,32 \, \Omega/\text{km}$$

$$C_d = C_i \approx 12 \, \text{nF/km}$$

■ La impedancia homopolar vale aproximadamente tres veces la impedancia directa.

La capacidad homopolar se puede valorar en unas seis veces la capacidad directa.

### Cables

■ La reactancia y la capacidad directas e inversas dependen de la geometría de los cables.

$$R_d = R_i$$

$$X_d = X_i \approx 0,1 \text{ a } 0,15 \, \Omega/\text{km}$$

$$C_d = C_i \approx 120 \text{ a } 320 \, \text{nF/km}$$

■ Las características homopolares de un cable no se deducen fácilmente de las características directa e inversa. En general son despreciables ante las de los transformadores que alimentan dichos cables.

Transformador (visto lado secundario)		Reactancia homopolar
Sin neutro		$\infty$
Yyn o Zyn	flujo libre	$\infty$
	flujo forzado	10 a 15 $X_d$
Dyn o YNyn		$X_d$
primario zn		0,1 a 0,2 $X_d$

**Fig. 20.**

### 3.7 Formulario de recapitulación

Parámetros empleados:

■ Tensión eficaz compuesta de la red trifásica	$U$
■ tensión eficaz simple de la red trifásica	$V = \frac{U}{\sqrt{3}}$
■ corriente de cortocircuito, en módulo	$I_{cc}$
■ corriente de defecto a tierra, en módulo	$I_{tierra}$
■ impedancias simétricas	$Z_d, Z_i, Z_o$
■ impedancia de cortocircuito	$Z_c$
■ impedancia de tierra	$Z$

La tabla de la **figura 21** resume los valores de las corrientes, en módulos, en los diferentes casos de asimetría.

Tipo de asimetría	Asimetría impedante	Asimetría franca ( $Z = 0$ y/o $Z_c = 0$ )
Cortocircuito monofásico	$I_{cc} = \frac{U \sqrt{3}}{ Z_d + Z_i + Z_o + 3Z }$	$I_{cc} = \frac{U \sqrt{3}}{ Z_d + Z_i + Z_o }$
Cortocircuito bifásico a tierra ( $Z_c = 0$ )	$I_{tierra} = \frac{U \sqrt{3}  Z_i }{ Z_d \cdot Z_i + (Z_d + Z_i)(Z_o + 3Z) }$	$I_{tierra} = \frac{U \sqrt{3}  Z_i }{ Z_d \cdot Z_i + Z_i \cdot Z_o + Z_d \cdot Z_o }$
Cortocircuito bifásico aislado ( $Z = \infty$ )	$I_{cc} = \frac{U}{ Z_d + Z_i + Z_c }$	$I_{cc} = \frac{U}{ Z_d + Z_i }$
Cortocircuito trifásico ( $Z$ cualquiera)	$I_{cc} = \frac{U}{ Z_d + Z_c  \sqrt{3}}$	$I_{cc} = \frac{U}{ Z_d  \sqrt{3}}$

**Fig. 21.**

Conexión			Esquema unifilar equivalente	Valor de la reactancia homopolar del transformador, vista desde:		
primario	secundario	terciario		los bornes primarios 1	bornes secundarios 2	bornes terciarios 3
				infinito	infinito	
				infinito	infinito	
				Flujos libres infinito Flujos forzados $X_{11} = 10 \text{ a } 15$ veces $X_{cc}$	Flujos libres infinito Flujos forzados infinito	
				$X_{12} = X_{cc}$	$X_{12} = X_{cc}$	
				infinito	infinito	
				$X_{12} = X_{cc}$	infinito	
				infinito	infinito	
				infinito	$X_{22} = 1\% \text{ de } S_n$	
				Flujos libres infinito Flujos forzados $X_{11} = 10 \text{ a } 15$ veces $X_{cc}$	Flujos libres infinito Flujos forzados infinito	

Fig. 22 (a).

Conexión			Esquema unifilar equivalente	Valor de la reactancia homopolar del transformador, vista desde:		
primario	secundario	terciario		los bornes primarios 1	los bornes secundarios 2	los bornes terciarios 3
				infinito	$X_{22} = 1\% \text{ de } X_n$	
				Flujos libres infinito Flujos forzados $X_{11} = 10 \text{ a } 15 \text{ veces } X_{cc}$	Flujos libres $X_{22} = 1\% \text{ en } X_n$ Flujos forzados $X_{22} = 1\% \text{ de } X_n$	
				infinito	infinito	
				Flujos libres infinito Flujos forzados $X_{11} = 10 \text{ a } 15 \text{ veces } X_{12}$	infinito	infinito
				$x_1 + \frac{(x_2 + x_{02})(x_3 + x_{03})}{x_2 + x_3 + x_{02} + x_{03}} \quad x_3 + \frac{(x_1 + x_{01})(x_2 + x_{02})}{x_1 + x_2 + x_{01} + x_{02}}$ $x_2 + \frac{(x_1 + x_{01})(x_3 + x_{03})}{x_1 + x_3 + x_{01} + x_{03}}$		
				$x_1 + \frac{x_2 x_3}{x_2 + x_3}$	infinito	infinito
				$x_1 + \frac{x_2 (x_3 + x_{03})}{x_2 + x_3 + x_{03}}$	infinito	$x_3 + \frac{x_2 (x_1 + x_{01})}{x_1 + x_2 + x_{01}}$
				$X_1 + X_2 = X_{12}$	infinito	$X_{33} = 1\% \text{ de } X_n$

Fig. 22 (b).

## 4 Ejemplos resueltos

### 4.1 Ejemplo 1: Poder de corte de un interruptor automático

Esquema de la **figura 23**

#### Problema

¿Qué poder de ruptura ha de tener, como mínimo, el interruptor automático?

#### Solución

Cuando interviene el interruptor automático, la componente aperiódica está latente en el interior de la red pero no en los devanados del alternador.

##### ■ Impedancias:

□ del alternador, referidas al secundario del transformador:

$$Z_a \text{ directa: } \frac{35}{100} \times \frac{36^2}{2500} = j0,18 \, \Omega$$

$$Z_a \text{ inversa: } \frac{25}{100} \times \frac{36^2}{2500} = j0,13 \, \Omega$$

$Z_a$  homopolar: despreciable.

□ del transformador, referida al secundario del transformador:

$$Z_t \text{ directa: } \frac{8}{100} \times \frac{36^2}{100} = j1,04 \, \Omega$$

$$Z_t \text{ inversa: } j1,04 \, \Omega$$

$$Z_t \text{ homopolar} = j1,04 \, \Omega$$

□ totales

$$Z \text{ directa} = j1,22 \, \Omega$$

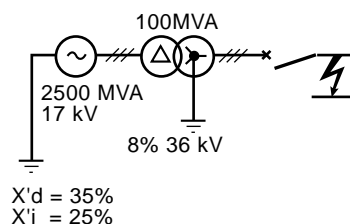
$$Z \text{ inversa} = j1,17 \, \Omega$$

$$Z_t \text{ homopolar} = j1,04 \, \Omega$$

##### ■ corrientes de cortocircuito:

□ trifásico

$$I_{cc} = \frac{U/\sqrt{3}}{|Z_d|} = \frac{36/\sqrt{3}}{1,22} = 17 \, \text{kA}$$



**Fig. 23.**

□ monofásico

$$= \frac{36\sqrt{3}}{1,22 + 1,17 + 1,0} = 18 \, \text{kA}$$

□ bifásico aislado

$$I_{cc} = \frac{U}{|Z_d + Z_i|} = \frac{36}{1,22 + 1,17} = 15 \, \text{kA}$$

□ bifásico a tierra

$$I_{cc} = \frac{U|Z_o - aZ_i|}{|Z_d Z_i + Z_t Z_o + Z_o Z_d|} = \frac{36 \cdot 1,915}{3,91} = 17,6 \, \text{kA}$$

■ el interruptor automático deberá cortar una corriente de cortocircuito de 18 kA o, lo que es lo mismo, su potencia de ruptura deberá ser de:

$$18 \times 36\sqrt{3} = 1122 \, \text{MVA}.$$

## 4.2 Ejemplo 2: Poder de corte de un interruptor automático

Esquema de la **figura 24**.

### Problema

En una red de 60 kV, determinar el poder de ruptura de los interruptores automáticos de los centros C y E, que alimentan a la línea de 15 km.

La reactancia de cortocircuito de los transformadores de grupo y de red es del 10% y la de los otros transformadores, del 8%.

Para una línea de 60 kV la reactancia es de  $0,4 \Omega/\text{km}$  en régimen directo e inverso y de  $3 \times 0,40 \Omega/\text{km}$  en régimen homopolar.

Los grupos presentan una reactancia directa o inversa de 25%.

Las cargas de potencia activa P presentan una reactancia equivalente estimada de  $j \cdot 0,6 U^2/P$ .

### Solución

■ Esquema global directo o inverso (reducción a 60 kV) (**figura 25**)

$$a = j \frac{U^2}{P_{cc}} \times \frac{25}{100} = \frac{60^2}{40} \times \frac{25}{100} = j22,5 \Omega$$

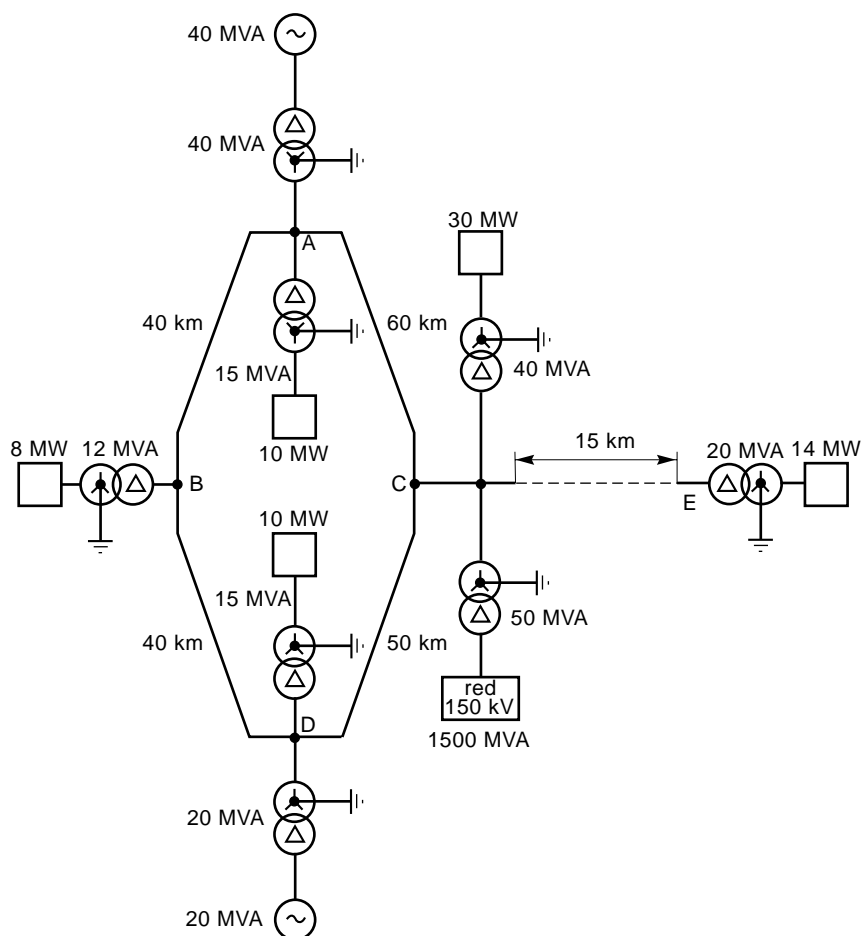
$$b = j U_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{10}{100} \times \frac{60^2}{400} = j9 \Omega$$

$$C_1 = j0,40 \times 60 = j24 \Omega$$

$$C_2 = j0,40 \times 50 = j20 \Omega$$

$$C_3 = j0,40 \times 40 = j16 \Omega$$

$$C_4 = j0,40 \times 40 = j16 \Omega$$



**Fig. 24.**



$$d = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{15} = j19,2\Omega$$

$$k = j \frac{U^2}{P_{cc}} \times \frac{25}{100} = \frac{60^2}{20} \times \frac{25}{100} = j45\Omega$$

$$e = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{10} \times 0,6 = j216\Omega$$

$$l = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{40} = j7,2\Omega$$

$$f = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{12} = j24\Omega$$

$$m = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{30} \times 0,6 = j72\Omega$$

$$g = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{8} \times 0,6 = j270\Omega$$

$$n = jU_{cc} \times \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{10}{100} \times \frac{60^2}{50} = j7,2\Omega$$

$$h = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{15} \times 19,2 = \Omega$$

$$o = j \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{60^2}{1500} = j2,4\Omega$$

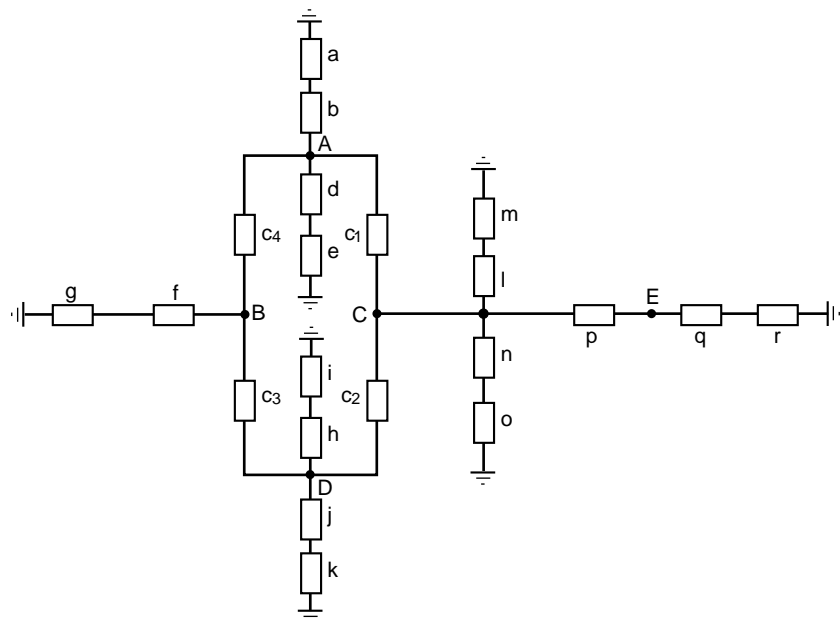
$$i = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{10} \times 0,6 = j216\Omega$$

$$p = j0,4 \times 15 = j6\Omega$$

$$j = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} \frac{10}{100} = \frac{60^2}{20} = j18\Omega$$

$$q = jU_{cc} \frac{U^2}{P_{cc}} = \frac{8}{100} \times \frac{60^2}{20} = j14,4\Omega$$

$$r = j \frac{U^2}{P} \times 0,6 = \frac{60^2}{14} \times 0,6 = j154\Omega$$



**Fig. 25.**

■ Esquema global homopolar (reducción a 60 kV) (**figura 26**).

Los transformadores del centro de transformación detienen las corrientes homopolares en sus arrollamientos en triángulo.

$$b' = b = j9 \Omega$$

$$c'_1 = 3c_1 = j72 \Omega$$

$$c'_2 = 3c_2 = j60 \Omega$$

$$c'_3 = 3c_3 = j48 \Omega$$

$$c'_4 = 3c_4 = j48 \Omega$$

$$d' = \infty$$

$$f' = \infty$$

$$h' = \infty$$

$$j' = j = j18 \Omega$$

$$l' = \infty$$

$$n' = n = j7,2 \Omega$$

$$p' = 3p = j18 \Omega$$

$$q' = \infty$$

■ Esquemas reducidos

Para el estudio que nos interesa se pueden reducir los esquemas a lo indicado en C y E (**figura 27**).

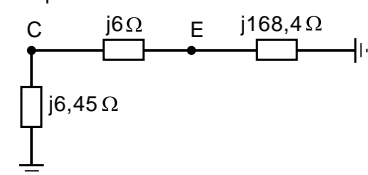
■ Dimensionamiento del interruptor automático de línea, lado C:

**Caso 1:** defecto lado barras (**figura 28**)

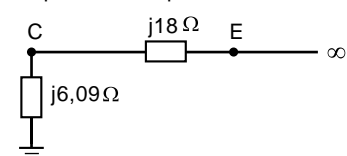
$$Z_d = j6 + j168,4 = j174,4 \Omega$$

$$Z_0 = \infty$$

esquema directo/inverso



esquema homopolar

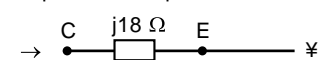


**Fig. 27.**

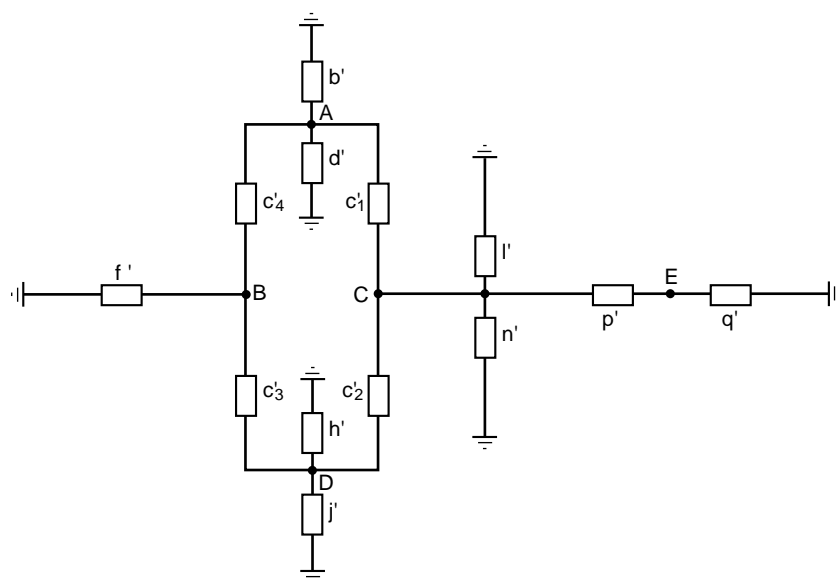
esquema directo



esquema homopolar



**Fig. 28.**



**Fig. 26.**

□  $I_{cc}$  trifásica es igual a:

$$\frac{U}{|Z_d| \sqrt{3}} = \frac{60}{174,4 \sqrt{3}} = 0,195 \text{ kA}$$

con lo que:

$$P_{cc} = UI \sqrt{3} = 20,7 \text{ MVA}$$

□  $I_{cc}$  monofásica es igual a:

$$\frac{U \sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|} = 0$$

con lo que  $P_{cc} = 0$ .

**Caso 2:** Defecto lado línea (figura 29)

$$Z_d = j6,45 \Omega$$

$$Z_o = j6,09 \Omega$$

□  $I_{cc}$  trifásica es igual a:

$$\frac{U}{|Z_d| \sqrt{3}} = \frac{60}{6,45 \sqrt{3}} = 5,37 \text{ kA}$$

con lo que:

$$P_{cc} = UI \sqrt{3} = 558,1 \text{ MVA}$$

□  $I_{cc}$  monofásica es igual a:

$$\frac{U \sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|} = \frac{60 \sqrt{3}}{18,99} = 5,47 \text{ kA}$$

con lo que:

$$P_{cc} = UI \sqrt{3} = 568,7 \text{ MVA}$$

El interruptor automático de línea en el punto C deberá estar dimensionado para 570 MVA.

■ dimensiones del interruptor automático de línea, lado E:

**Caso 1:** Defecto lado barras (figura 30)

$$Z_d = j6 + j6,45 = j12,45 \Omega$$

$$Z_o = j18 + j6,09 = 24,09 \Omega$$

□  $I_{cc}$  trifásica es igual a

$$\frac{U}{|Z_d| \sqrt{3}} = \frac{60}{12,45 \sqrt{3}} = 2,782 \text{ kA}$$

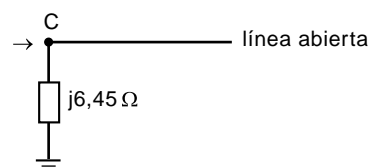
con lo que  $P_{cc} = UI \sqrt{3} = 289,2 \text{ MVA}$

□  $I_{cc}$  monofásica es igual a:

$$\frac{U \sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|} = \frac{60 \sqrt{3}}{48,99} = 2,121 \text{ kA}$$

con lo que  $P_{cc} = UI \sqrt{3} = 220,5 \text{ MVA}$

esquema directo



esquema homopolar

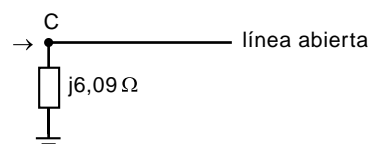
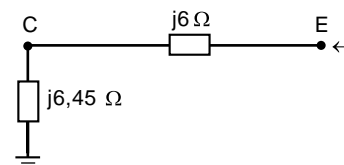


Fig. 29.

esquema directo



esquema homopolar

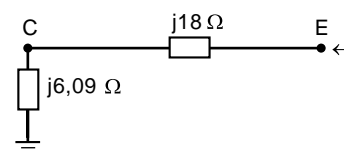
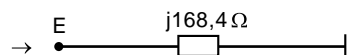


Fig. 30.

esquema directo



esquema homopolar



Fig. 31.

**Caso 2: Defecto lado línea (figura 31)**

$$Z_d = j168,4 \, \Omega$$

$$Z_o = \infty$$

□  $I_{cc}$  trifásica es igual a:

$$\frac{U}{|Z_d|/\sqrt{3}} = \frac{60}{168,4/\sqrt{3}} = 0,206 \text{ kA}$$

$$\text{con lo que: } P_{cc} = UI\sqrt{3} = 21,4 \text{ MVA}$$

□  $I_{cc}$  monofásica es igual a:

$$\frac{U\sqrt{3}}{|Z_d + Z_i + Z_o|} = 0$$

con lo que:  $P_{cc} = 0$

El interruptor automático de línea, en el punto E, deberá estar dimensionado para 290 MVA.

### 4.3 Ejemplo 3: Regulación de protecciones homopolares en una red MT con neutro a tierra

Esquema de la figura 32.

**Problema**

¿Cual deberá ser la regulación de intensidad de los relés homopolares de las diferentes derivaciones?

**Solución**

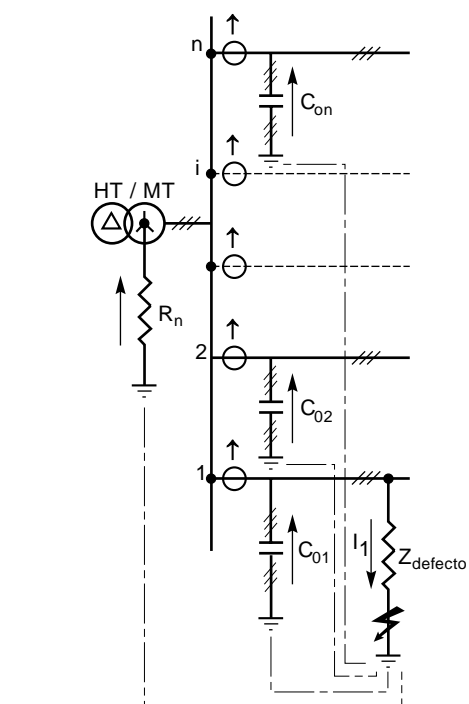
Se parte de las fórmulas del párrafo de defecto fase-tierra; se aprecia que la impedancia de tierra  $R_n$  es equivalente a tres impedancias de valor  $3R_n$  situadas cada una sobre una fase de la red puesta a tierra directamente. La corriente homopolar en el punto del defecto a tierra se divide en dos caminos paralelos:

- el primero corresponde a la impedancia de neutro  $3R_n$ , en serie con la impedancia homopolar del transformador y del trozo de cable comprendido entre el defecto y el transformador. O sea:  $3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}$ ,
- el segundo corresponde a la puesta en paralelo de los circuitos capacitivos del conductor

$$\frac{-j}{\sum_1^n C_{oi} \omega}$$

Si se opera con el máximo rigor, se deben tener en cuenta las impedancias del transformador y de las líneas, que prácticamente son despreciables ante las impedancias capacitivas.

La corriente de defecto a tierra  $I_1$  (ver defecto fase-tierra)



**Fig. 32.**

$$I_1 = \frac{3E}{Z_d + Z_i + Z_o + 3Z} \text{ a través de}$$

$$R_o = (3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}) \text{ en paralelo con } -\frac{j}{\sum (C_{oi}) \omega}, \text{ o sea:}$$

$$Z_o = \frac{3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}}{1 + j(3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}) \left( \sum_1^n C_{oi} \right) \omega}$$

y por sustitución, se tiene la expresión de la **figura 33**.

Si, como es habitual,  $Z_d$ ,  $Z_i$ ,  $Z_{OT}$ ,  $Z_{OL}$  son prácticamente despreciables respecto al valor de  $3R_n$  y el defecto es franco ( $Z = 0$ ), entonces se tiene:

$$I_1 \approx \frac{E}{R_n} + j3 \left( \sum_1^n C_{oi} \right) \omega E$$

La contribución de cada derivación sana a la corriente de tierra es, pues, de  $3C_{oi} \omega E$  (en módulo).

Para evitar disparos intempestivos, la regulación del relé homopolar de cada una de las derivaciones ha de ser superior a la corriente capacitiva mencionada.

Esta corriente depende de la naturaleza y de la longitud de los conductores.

Por ejemplo:

□ para una línea de 15 kV, la capacidad homopolar es de alrededor de 5 nF/km, lo que representará una corriente de:

$$3 \times 5 \cdot 10^{-9} \times 314 \times 15000 / \sqrt{3} = 0,04 \text{ A/km}$$

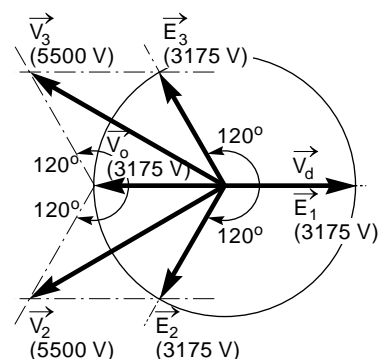
o sea, una corriente de 4 A para 100 km,

□ para un cable tripolar de 15 kV, la capacidad homopolar es de unos 200 nF/km, lo que provoca la circulación de una corriente de:

$$3 \times 200 \cdot 10^{-9} \times 314 \times 15000 / \sqrt{3} = 1,63 \text{ A/km}$$

o sea, de unos 2 A/km,

□ estos valores de corriente capacitiva deben compararse con los de la corriente que atraviesa la impedancia de neutro y que alcanza varias decenas e incluso centenas de amperios.



**Fig. 34.**

### Aplicación numérica y representación gráfica (figura 34)

Se supone que se produce un defecto franco en una red de 5500 V, 50 Hz, con neutro impedante, con:

$$R_n = 100 \, \Omega,$$

$$C_o = 1 \, \mu\text{F},$$

$$Z = Z_d = Z_i = Z_{OT} = Z_{OL} = 0,$$

$$E = 5500 / \sqrt{3} = 3175 \text{ V}$$

$$Z_o = 3R_n / (1 + j3R_n \cdot C_o \cdot \omega),$$

$$I_1 = (3175/100) + j3 \times 3175 \times 10^{-6} \times 314 \approx (32 + j3) \text{ A},$$

$$I_2 = I_3 = 0,$$

$$V_1 = 0,$$

$$V_2 = j a \cdot E \sqrt{3} = -3175 \left( 1,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ voltios},$$

$$V_3 = E(a-1) = 3175 \left( -1,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ voltios}.$$

$$I_1 = \frac{3E \left[ 1 + j(3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}) \left( \sum_1^n C_{oi} \right) \omega \right]}{(Z_d + Z_i + 3Z) \left[ 1 + j(3R_n + Z_{OT} + Z_{OL}) \left( \sum_1^n C_{oi} \right) \omega \right] + 3(R_n + Z_{OL} + Z_o)}$$

**Fig. 33.**

## 4.4 Ejemplo 4: Medición de las componentes simétricas de un sistema de tensión y de corriente

### Sistema de tensión

■ La componente homopolar se mide con la ayuda de tres transformadores de tensión (TT) cuyos primarios están conectados entre fase y neutro y los secundarios en serie para alimentar un voltímetro (figura 35)

$$V = 3 V_0 \cdot k$$

siendo k la relación de transformación.

■ La componente directa se mide con la ayuda de 2 TT montados entre  $V_1$  y  $V_2$  por una parte y  $V_2$  y  $V_3$  por otra (figura 36). El primer TT está cargado con una resistencia pura R. El segundo, con una inductancia y una resistencia de valor tal que:

$$Z = -a \cdot R = R \cdot e^{j\pi/3}$$

Z está formada por la serie de una resistencia ( $R/2$ ) y una reactancia ( $R\sqrt{3}/2$ ).

Los dos circuitos están en paralelo sobre un amperímetro que medirá una corriente proporcional a:

$$\begin{aligned} & (V_1 - V_2) + [-a^2(V_2 - V_3)] \\ &= V_1 - V_2(1 + a^2) + a^2 \cdot V_3 \\ &= V_1 + a \cdot V_2 + a^2 \cdot V_3 = 3 V_d \end{aligned}$$

■ La componente inversa se mide de la misma manera que la directa, pero con la inversión de polaridad entre los bornes 2 y 3.

$$\begin{aligned} & (V_1 - V_3) + [-a^2(V_3 - V_2)] \\ &= V_1 - a^2 \cdot V_2 - V_3(1 + a^2) \\ &= V_1 + a^2 \cdot V_2 + a \cdot V_3 = 3 V_i \end{aligned}$$

### Sistema de corriente

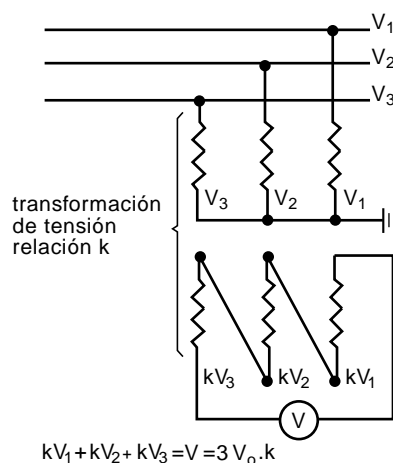
■ La componente directa se mide con la ayuda de tres transformadores de corriente (TC) según se indica en el esquema de la figura 37.

El transformador auxiliar T2 genera una corriente proporcional a  $(I_3 - I_2)$  que circula a través de R.

El transformador auxiliar T1 genera una corriente proporcional a  $(I_1 - I_3)$  que circula a través de Z, igual a:  $-a^2 \cdot R$ .

La tensión en los bornes del voltímetro es proporcional a:

$$\begin{aligned} & (I_3 - I_2) + (I_1 - I_3)(-a^2) \\ &= I_3 - I_2 - a^2 \cdot I_1 + a^2 \cdot I_3 \\ &= -a^2(I_1 + a \cdot I_2 + a^2 \cdot I_3) = -3a^2 \cdot I_d \end{aligned}$$



$$kV_1 + kV_2 + kV_3 = V = 3 V_0 \cdot k$$

Fig. 35.

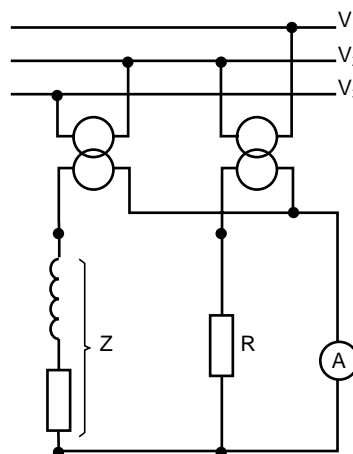


Fig. 36.

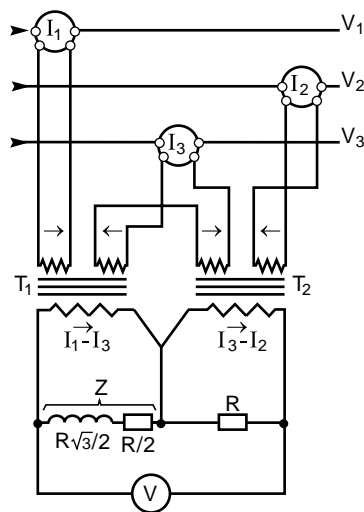


Fig. 37.

■ La componente inversa se mide también con la ayuda de tres transformadores de corriente conectados según el esquema de la **figura 38**. Con idéntico razonamiento al caso anterior se deduce que la tensión en los bornes del voltímetro es proporcional a:

$$\begin{aligned} & I_1 - I_3 + (I_3 - I_2)(-a^2) \\ &= I_1 - a^2 \cdot I_2 - I_3(a^2 + 1) \\ &= I_1 + a^2 \cdot I_2 + a \cdot I_3 = 3I_i \end{aligned}$$

■ La componente homopolar es igual a un tercio de la corriente de neutro que circula directamente por la conexión de puesta a tierra (neutro distribuido).

Tres transformadores puestos en paralelo permiten su medida en el amperímetro A

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_h \text{ (figura 39).}$$

Un transformador toroidal abrazando la totalidad de conductores activos permite la medida anterior por la suma vectorial de las corrientes de fase.

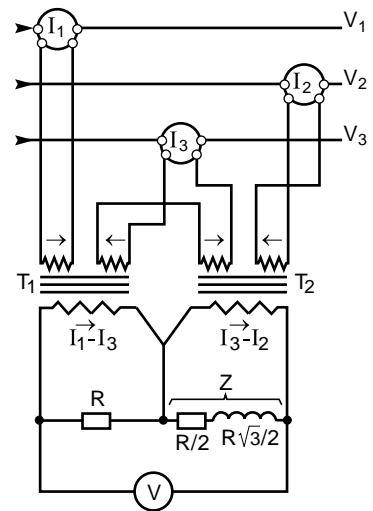


Fig. 38.

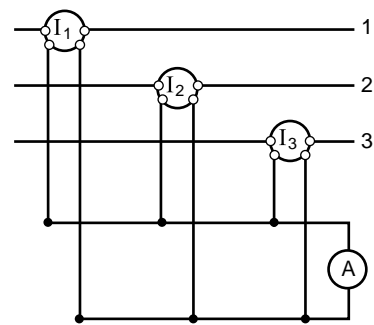


Fig. 39.